Programma del corso AM110 (CCL Matematica, 9 CFU) - Analisi Matematica I Mod (CCL Fisica 8 CFU) AA 2020/21 (L. Chierchia)

NB: (1) *Le indicazioni tra parentesi quadre si riferiscono al testo consigliato Chierchia, L.: Corso di analisi, prima parte. Una introduzione rigorosa all'analisi matematica su* ***R****; McGraw-Hill, 2019*
(2) *Gli argomenti contrassegnati da un asterisco (*) sono facoltativi per gli studenti di Fisica; gli argomenti contrassegnati con due asterischi (**) sono facoltativi.*

- Assiomi algebrici dei numeri reali. Definizione astratta di funzione. La funzione valore assoluto. [Par 1.1, 1.2, 1.3.1]
- Proprietà del modulo. Media aritmetica. Le funzioni segno, parte positiva/negativa. Insiemi induttivi e definizione di **N**. Principio di induzione.
- Proprietà fondamentali dei numeri naturali e principio del buon ordinamento [Proposizione 1.25 (*). Proposizioni 1.27(**), 1.28 (**) e Corollario 1.29 (**)]
- Successioni e teorema di ricorsione 1.31 (**).
- Definizioni ricorsive. [Proposizione 1.36. Proposizione 1.37]
- Funzioni iniettive, suriettive, biunivoche; funzioni invertibili. Equipotenza e cardinalità. Insiemi finiti, infiniti, numerabili. **N** è infinito. Propietà degli insiemi finiti (Proposizione 1.53 (**)). Seconda dimostrazione che **N** è infinito. Caratterizzazione di Dedekind degli insiemi infiniti [Lemma 1.56, Proposizione 1.58]
- Coefficienti binomiali e binomio di Newton. Disuguaglianza di Bernoulli. Proprietà algebriche dei numeri razionali [Proposizione 1.40, Par 1.5].
- Assioma di Dedekind. Estremo superiore ed inferiore; caratterizzazione. Conseguenze elementari dell'assioma di Dedekind per **N**, **Z** e **Q** (proprietà archimedea; parte intera e frazionaria di un numero; densità dei razionali).
- Definizione di radice ennesima come estremo superiore. Proprietà delle radici [Teorema 1.103 (*), Corollario 1.106]
- Proprietà delle potenze con esponente in **Z**. Definizione di potenza con esponente razionale. [Par 1.8]
- Potenze con esponente razionale. Radici n-esime con n dispari (definite su tutto **R**); estensioni a potenze razionali "con denominatore dispari".
- Retta estesa. Intervalli. Intorni. Punti interni, isolati e d'accumulazione. [par 2.1, 2.2, 2.3]
- Definizione generale di limite [Definizione 2.14]. Esempi nel caso finito.
- Definizione generale di limite: casi in cui appare $\pm\infty$.
- Proprietà degli intorni e teoremi di confronto [Cap 2 fino a par 2.4 incluso].
- Limiti laterali. Teorema: Le funzioni monotone ammettono sempre limiti laterali. [Par 2.5]
- Algebra dei limiti [Par 2.6]
- Limiti notevoli di successioni. Il numero di Eulero (Lemma 2.36 (*)). [Par 2.7 fino a 2.7.2]
- Caratterizzazioni tramite successioni (del sup/inf, del derivato, del limite di funzioni) [par 2.7.3]. Succesioni per ricorrenza [Par 2.7.4]
- Continuità. Continuità delle radici (Corollario 2.50 (*)). Teorema di esistenza degli zeri per funzioni continue (due dimostrazioni) [Teorema 2.51 e Osservazione 2.52]. Punti di discontinuità.
- Funzioni composte e limiti. La composizione di funzioni continua è continua. Teorema di cambio di variabile nei limiti. [Par 2.9]. Es 2.21 (importante).
- Limite di funzioni inverse. Continuità di funzione inverse [Par 2.10 tutto. Dimostrazione dek Teorema 2.66 è con (*))
- Funzioni esponenziali e logaritmi [Par 3.1 e 3.2. (Lemma 3.1 (*))]
- Funzioni iperboliche e loro inverse. Limiti notevoli (esponenziali, logaritmi, funzioni iperboliche, funzioni trigonometriche). [Par 3.4 e 3.5]
- Introduzione alle serie numeriche: esempi e controesempi. Principi fondamentali. Criterio necessario di convergenza. [Par 4.1, Proposizione 4.8 (i).]
- Teoremi fondamendali sulle serie; criterio di convergenza assoluta. [Definizione 4.6 e Proposizione 4.8]. Criteri per serie a termini positivi: confronto, radice e rapporto. [Par 4.3.1, 4.3.2, 4.3.3]

- Criterio di condensazione di Cauchy. Criterio di Leibniz. Criterio di Abel-Dirichlet. [Par 4.3.4, Par 4.4; Lemma 4.33 (*)]. Teoremi di Cesàro [App A (**)]
- Serie esponenziale Exp(x). Teorema: Exp(x)=exp(x). Stime sulle code esponenziali. Definizione per serie di seno e coseno. Stime locali. [Par 5.1, Par 5.2.1]
- Teorema di Fubini discreto (Prop. 5.11 (**)). Dimostrazione della formula di addizione per il coseno (Teorema 5.10). Definizione analitica di pi greco. Valori speciali del coseno e seno. Formule trigonometriche. [par 5.2.2; par 5.2.3]
- Sottosuccessioni. Teorema di Bolzano-Weierstrass. [Par 6.1.1]
- Insieme dei limiti per sottosuccessioni. Massimo e minimo limite. [p. 164 e 165]
- Caratterizzazioni di massimo e minimo limite (*). Successioni di Cauchy. Cenni sulla costruzione di Cauchy dei numeri reali a partire dai razionali. [Par 6.1.2 e 6.2]